précis sur la situation des zéros des fonctions telles que $G_1(z) + g(z)$ (par exemple dans certains angles). C'est ce qu'a fait M. Hardy [1] dans le cas de la fonction $\frac{1}{\Gamma(z)}$. »

AÉRONAUTIQUE. — *Sur la mesure indirecte de la vitesse propre des navires aériens*. Note de M. **Paul Renard**.

« La qualité maîtresse d'un navire aérien est sa *vitesse propre* (par rapport à l'air ambiant supposé immobile). Elle peut être mesurée *directement* ou *indirectement*.

» La mesure directe n'a été exécutée que pour le ballon *La France* au moyen du *loch aérien* du colonel Ch. Renard.

» On sait que la vitesse absolue U d'un navire aérien est la résultante de la vitesse du vent V et de la vitesse propre W. Il est facile de mesurer U; on peut obtenir V par des observations anémométriques et arriver ainsi à la mesure indirecte de W. Cette méthode fut employée en 1899 et 1900 par M. le professeur Hergesell pour le ballon *Zoeppelin*.

» Nous avons cherché à obtenir la vitesse propre par l'*observation exclusive de vitesses absolues faciles à mesurer et à contrôler*.

» Le triangle des vitesses ABC (*fig.* 1) fournit une relation entre la vitesse absolue mesurée U et trois inconnues qui sont les vitesses V et W et l'angle α du vent avec la vitesse absolue. Si l'on suppose que le vent n'a pas changé, et qu'en laissant à la vitesse propre sa valeur on change son orientation, on obtient un deuxième triangle des vitesses ABC' qui donne une relation entre la nouvelle vitesse absolue U' et les trois inconnues précédentes, car l'angle α' ne diffère de α que par un angle λ facile à mesurer. Une troisième expérience donnera un troisième triangle et une troisième équation.

» Tel est le principe de la méthode.

» Si l'on fait plus de trois expériences, les équations obtenues seront compatibles entre elles si la direction et la vitesse du vent ainsi que la vitesse propre sont restées constantes. Ce qui se traduit géométriquement par la condition suivante : les points tels que C, C', C'', C''', etc. (*fig.* 2) doivent être sur une même circonférence décrite avec un rayon W d'un centre B situé sous le vent à une distance du point de départ A égale à V.

---

(1) M. Hardy a fait savoir qu'il avait étudié au même point de vue les fonctions de la forme $\pi\left(1 + \frac{x}{n^\rho}\right)$, déjà considérées par M. Barnes (*Transactions of the Royal Society*, 1902).

C'est le cercle que le colonel Renard a appelé *cercle des points abordables* ou *cercle des vitesses* et qui joue un rôle si important dans les questions de navigation aérienne.

» Supposons qu'on ait mesuré la vitesse absolue d'un navire aérien dans plusieurs directions différentes, une construction graphique fort simple

Fig. 1.

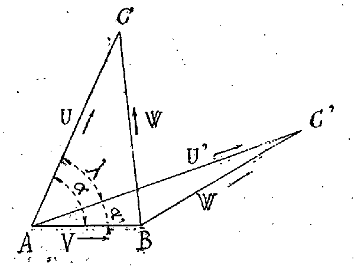
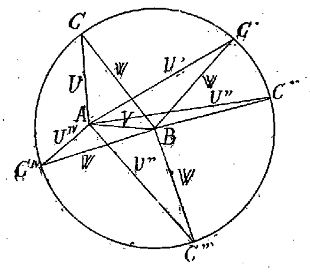


Fig. 2.

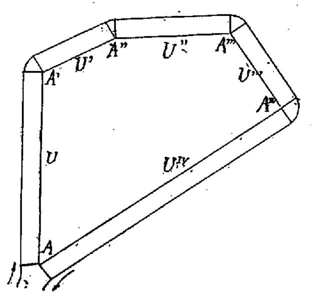


permettra d'en déduire la vitesse du vent et la vitesse propre. A partir d'un point A (*fig.* 2), on porte en AC, AC', AC'', AC''', etc. en grandeur et en direction les vitesses mesurées, on trace la circonférence passant par les points C, C', C'', C''', etc.; soit B le centre de cette circonférence. En joignant AB on obtient en grandeur et en direction la vitesse du vent. La vitesse propre est égale aux rayons du cercle BC, BC', BC'', BC''', etc., dont les directions sont celles que l'on aura dû donner à l'axe du navire aérien pour obtenir les vitesses absolues correspondantes.

» On peut remplacer la construction graphique par un calcul simple.

» Pour effectuer dans la pratique la mesure des vitesses absolues nécessaires à l'application de la méthode, aux sommets A, A', A'', A''', A$^{\text{IV}}$ d'un polygone (*fig.* 3),

Fig. 3.



on installe sur le sol des observatoires fixes. Chacun d'eux est muni d'instruments permettant de faire des visées dans deux azimuts respectivement perpendiculaires aux côtés adjacents du polygone. Nous donnons à cet ensemble d'observatoires le nom d'*aérodrome*. Le navire aérien devra décrire, comme l'indiquent les flèches, un circuit composé d'éléments rectilignes parallèles aux côtés du polygone et raccordés par des courbes quelconques.

» La construction graphique et les calculs se simplifient beaucoup si l'on choisit convenablement la forme du polygone et notamment si l'on prend un aérodrome rectangulaire ou carré (*fig.* 4).

Fig. 4.

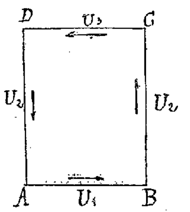
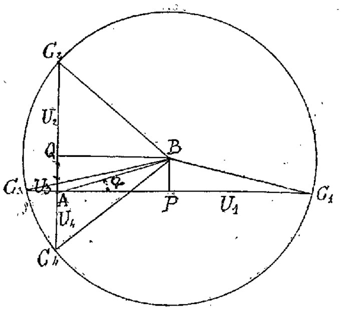


Fig. 5.



» Soient U_1, U_2, U_3, U_4 les vitesses absolues mesurées parallèlement aux côtés. Portons ces vitesses à partir d'un point A (*fig.* 5). Dans ce cas, C_1AC_3 et C_2AC_4 sont des lignes droites, et le centre B du cercle des vitesses est le point de rencontre des perpendiculaires élevées aux milieux P et Q des droites C_1C_3 et C_2C_4. La vitesse du vent AB et les vitesses propres BC_1, BC_2, ... s'obtiennent donc instantanément.

» Le calcul appliqué à ce cas particulier est très simple et conduit aux quatre équations suivantes :

» 1° Les quatre points C_1, C_2, C_3 et C_4 seront sur un même cercle, et l'on a

$$U_1U_3 = U_2U_4; \tag{1}$$

» 2° L'angle α du vent avec la direction de la première vitesse absolue mesurée U_1 est donné par la formule

$$\tan g\alpha = \frac{U_2 - U_4}{U_1 - U_3}; \tag{2}$$

» 3° La valeur V de la vitesse du vent est donnée par la relation

$$V^2 = \frac{(U_1 - U_3)^2 + (U_2 - U_4)^2}{4}; \tag{3}$$

» 4° La vitesse propre est donnée par la formule

$$W_2 = \frac{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2}{4}. \tag{4}$$

» Le carré de la vitesse propre est donc égal à la moyenne des carrés des quatre vitesses absolues.

» Les principes exposés ci-dessus ont, sur notre proposition, servi de base au règlement général sur les concours et records aéronautiques que vient de publier l'*Aéro-Club de France*. »

AÉRONAUTIQUE. — *Sur les hélices sustentatrices.* Note de M. **Edgar Taffoureau**, présentée par M. Maurice Levy.

« Dans la séance du 23 novembre dernier, M. Ch. Renard a présenté une Note sur la possibilité de soutenir en l'air un appareil volant du genre hélicoptère, en employant des moteurs à explosion dans leur état actuel de légèreté.

» Partant des propriétés d'hélices spéciales étudiées à Chalais, M. Ch. Renard établit que le maximum de poids utile que peut soutenir en l'air un appareil à deux hélices est

$$Z_m = \frac{64}{81^3} \frac{a^9}{\varpi_1^6 \varpi_2^2}, \tag{1}$$

expression qui montre qu'en diminuant le poids du moteur par cheval ϖ_1, le poids utile pourra atteindre des valeurs considérables, comme l'indique le Tableau suivant :

ϖ_1.	10.	9.	8.	7.	6.	5.	4.	3.	2.	1.
Z_m...	0,160	0,302	0,612	1,36	3,44	10,3	39,2	220	2506	160000

» Pour obtenir Z_m, M. Ch. Renard discute l'expression du poids utile Z, en fonction du diamètre des hélices en mètres x et de la puissance du moteur en chevaux y.

$$Z = a x^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}} - 2\varpi_2 x^3 - \varpi_1 y.$$

Il est à remarquer que, dans la discussion, il n'est tenu compte à aucun moment de l'effort maximum que peuvent exercer les hélices, effort défini par la relation : $B = 10x^2$. Il s'ensuit que les résultats précédents ne